Trabalho; UNICAMP - **EL441A**
Fund.da Metodol. do Ens.da Matemática I - Prof. Dario Fiorentini

Frações e Números Decimais

Integrantes:
Ian Kitadai 033331
Tiago Bizarri 025309
Fábio Brolesi 023718
Valter Consentino 025347

2005

Parte Histórica

Evolução do ensino da matemática no Brasil

♦ Descobrimento:

- Colégios da Companhia de Jesus, ensinava-se Artes:
neste curso de Artes havia matemática, lógica, física, metafísica e ética.

- Primeiros dois séculos, Renascimento, resgate do Clássico.
No ensino da Matemática, usava-se muito os livros de Euclides e Arquimedes.

♦ Período pós-descobrimento até 1934, a Matemática era ensinada primordialmente por militares, navais e engenheiros (ou seja, a Matemática do útil). Especificamente: até 1839, matemática só era ensinada por militar. Ex: No Rio de Janeiro, ensinava-se Artilharia. Neste curso de Artilharia, ensinava-se uma matemática específica para este tipo de atividade. Eram exercícios de perguntas e respostas, bem mecânico.

- Na Universidade de Coimbra, com a Reforma marquês de Pombal, funda-se o curso de Matemática; e bacharéis brasileiros formados neste curso começam a escrever livros de matemática.

- No ensino aqui, usa-se muito traduções de livros franceses de Matemática.

- Com a vinda de Dom João VI, ocorre uma entrada franca de livros de Matemática. Junto a Dom João VI, vem a Academia Real da Marinha.

- Dom João VI funda aqui no Brasil a Academia Real Militar: primeira a deter um “curso completo de matemática”, ainda ensinada por militares.

- Primeira escola civil de engenharia: Politécnica (1874).

- Período compreendido entre 1800 e 1900 há expressiva publicações de artigos de matemática superior.

♦ Em 1934, funda-se a primeira Faculdade de Filosofia.

- Estrangeiros matemáticos são contratados para ensinar; tem-se a primeira biblioteca matemática no Brasil. Inicia-se interesse pela matemática pura.

♦ 1º Período – até 1931

- Durante o primeiro período o ensino apresentava-se dividido em sete anos, com exceção do ano de 1931 em que era apenas cinco anos. Outra característica bastante evidente é que ele apresentava um conteúdo muito flutuante, ou seja, ocorria uma grande discrepância entre as matérias a cada ano. Além disso, nota-se a influência do positivismo, no sentido de que o currículo era muito abrangente, tratando desde várias línguas até cunhagem de moedas e mineração.
Neste período, a matemática começa a aparecer no currículo por volta de 1900.

♦ 2º Período - 1932 a 1960

- Este período se inicia com a reforma Francisco Campos, que tinha como principal objetivo ampliar a finalidade do curso secundário, que deixaria de ser apenas um curso anterior à faculdade.

Assim, o curso passaria a ter sete anos, divididos em duas partes: uma de cinco anos (comum ou fundamental) e outra de dois anos, a fim de preparar o aluno para o ingresso no curso superior.

Em 1942 acontece a reforma Gustavo Capanema, que mantém a segregação do ensino secundário, mas agora divide-o em ginásio e clássico ou cientifico, dependendo de qual área o aluno pretenderá seguir.

Como características deste período pode-se destacar a divisão do ensino secundário, onde o colegial dura 3 séries e o ginasial que dura 4 séries.

♦ 3º Período – 1960 a 1990

- Nesse período aparecem maiores preocupações pedagógicas no que diz respeito ao ensino da matemática, porém ainda com um certo formalismo. É nesse período que se tem a chamada matemática moderna e uma grande mudança nos Programas de Ensino brasileiros, das quais muitas permanecem até hoje. Passa-se a ter um núcleo comum (1º e 2º anos) e um terceiro ano que seria especializado entre os setores da indústria, comércio e agricultura, mantendo o que já veio do segundo período onde se tem o ginasial (4 séries) e o colegial (3 séries).

♦ 4º Período – 1990 até hoje

Nesse período ,temas como a interdisciplinalidade, a contextualização do conhecimento, a necessidade de o aluno construir seu conhecimento, ganham força e espaço nos programas pedagógicos.

Evolução do ensino das frações e números decimais

Referente a evolução do ensino dos números fracionários e decimais, pegamos os livros antigos, lemos os prefácios para situar a linha de pensamento da época, e descrevemos como o assunto em questão é apresentado:

♦ 1926: New Complete School Álgebra, Hawkes, Luby, Touton.

Abre o assunto de maneira fria e formal, definindo de prontidão o que é fração, citando exemplo já na simbologia da fração a/b. Naquela época existiam os exercícios orais, que eram um jogo de perguntas e resposta que eram feitas imediatamente após do assunto ser apresentado. Por exemplo:
Por quanto tenho que multiplicar ½ para dar 3?

Segue um monte de exercícios repetitivos e mecânicos.

♦ 1940: Primeiro Ano de Matemática, Jacome Stávale.

Segundo o prefácio, naquela época existiam os exercícios orais, que eram uma repetição verbal mecânica das regras e fórmulas; serviam para, na palavra do autor, *adestrar* o aluno na matéria, e cuidar para que não cometesse erros. Reafirma que a repetição de exercícios é o melhor meio para se alcançar boas notas nos trabalhos diários e provas.

Transcrevo como ele inicia o assunto das frações:

"Capitulo VIII

Frações Ordinárias

***Preliminares**. Dividamos uma unidade qualquer, uma laranja, em oito partes iguais, e consideremos três destas partes. Esta quantidade, que não é constituída por várias unidades das mesma espécie, mas por três partes de uma unidade que foi dividida em oito partes iguais, é designada pela locução três oitavos, ou recorrendo aos algarismos, pelo símbolo 3/8. O símbolo 3/8 é chamado fração."*

Transcrevo como ele inicia o assunto das frações decimais.

"Capítulo IX

Frações Decimais.

Números decimais. Consideremos frações... 7/10, 31/100, 429/100. São frações cujo denominador é 10 ou uma potência qualquer de 10. A estas frações dá-se o nome de fração *decimais. Frações decimais são aquelas cujo denominador é 10 oua uma potência qualquer de 10."*

♦ 1954: Matemática: curso ginasial 3ª série, Osvaldo Sangiorgi

Não tem prefácio. Tem o programa oficial; tudo altamente formal.

" Capítulo 1: Razão e proporções. Aplicações aritméticas.

Chama-se razão de dois números, dados numa certa ordem sendo o segundo diferente de zero, ao quociente o primeiro pelo segundo. O primeiro número é chamado antecedente, e o segundo conseqüente e os dois números dizem-se termos da razão. Em símbolo, a razão a e b (b diferente de zero) é a/b ou a:b, onde a é o antecedente e o b o conseqüente."

♦ 1968: Matemática Curso Moderno, para ginásios, Osvaldo Sangiorgi

Abre com um prefácio amigável, refratando a "decoreba", e diz que se deve aprender a raciocinar e deduzir. Ainda sim a lição é formal e fria como a anterior, com um diferencial: temos agora a teoria dos conjuntos.

♦ 1970: Matemática Curso Moderno, para os ginásios, Volume 1. Osvaldo Sangiorgi

Prefácio com tom profético. Fala de máquinas eletrônicas, computadores, etc, e que não há a necessidade de ser fugaz nos cálculos, por que as máquinas fariam este trabalho. O autor fala em aprender o verdadeiro significado da Matemática Moderna, sem exagerar nos problemas difíceis e longes da realidade. Deseja felicidades aos alunos.

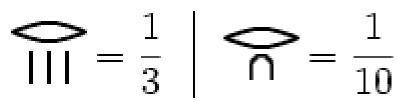
Referente à lição das frações, entra forte com a teoria dos conjuntos e exemplo intuitivos como os chocolates quebrados; faz uma nota histórica de como eram as frações egípcias; vai construindo o conhecimento até chegar na formalidade.

♦ Anos oitenta até atualmente

Há a tendência de desfazer-se da teoria dos conjuntos, mas continua o método construtivo do conhecimento das frações: inicia-se com exemplo intuitivos, depois com exemplo com objetos mais matemáticos e abstratos, depois segue com representações, formaliza-se a divisão, finalmente formaliza-se a fração; segue então que as frações com denominador de potência dez pode ser escrito com notação decimal.

Frações e números decimais – Uma retrospectiva histórica

Segundo Ifrah, na antiguidade, as frações não eram concebidas como números.
O autor ainda afirma que os egípcios só conheciam as frações denominadas unitárias (as de numerador igual a um), e só escreviam frações ordinárias com somas de frações unitárias (por exemplo: 7/12 = 1/3 + ¼). Segue abaixo a notação que eles utilizavam para representar frações:



Ifrah afirma também que “com o desenvolvimento do cálculo e da aritmética, ficou claro que as frações estavam submetidas às mesmas regras que os inteiros e que eram, portanto, assimiláveis aos números” (p. 326)

O autor mostra também o percurso histórico da notação de fração.

Segundo ele os babilônios, com a numeração de base 60, foram os primeiros a atribuir às frações uma notação racional, exprimindo-as mais ou menos como se expressam graus, minutos e segundos:

Mas a expressão (33; 45) podia expressar 33h 45min ou 33min 45s. Essa notação era “flutuante” e só o contexto podia precisar. Os babilônios representavam as frações identicamente conforme símbolos abaixo:

Depois dos babilônios vieram os gregos, mas a numeração alfabética não se prestava à simbolização de frações, os mesmos representavam frações da seguinte maneira:

$$\overline{\nu\alpha}\ \pi\delta' = \frac{51}{84}$$

Onde o numerador inteira seria representada com a barra em cima e o denominador pela apóstrofe.

A notação moderna de fração deve-se aos hindus que, devido à numeração posicional decimal expressavam frações mais ou menos como nós. Por exemplo, 34/1265 era representado como:

34
1265

Essa notação foi adotada e aprefeiçoada pelos árabes, que inventaram a famosa barra horizontal.

Em seguida, com a “descoberta” de frações denominadas “decimais” (cujo denomiador é potência de 10) foi “pouco a pouco transparecendo o interesse em prolongar a numeração decimal de posição no outro sentido, isto é, em termos modernos, na representação dos numeros “depois da vírgula”.”

Em 1582, o belga Simon Stévin deu o passo decisivo rumo à nossa notação atual, adotando a seguinte notação para 679,567:

679(0) 5(1) 6(2) 7(3)

ou seja 679 unidades inteiras, 5 unidades decimais de primeira ordem ou décimos, 6 unidades decimais de segunda ordem ou centésimos, 7 unidades decimais de terceira ordem ou milésimos

Já em 1592 o suíço Jost Bürg simplificou a notação, adotando um signo de º no alto das unidades da seguinte forma:

o
679 567

No mesmo ano, o italiano Magginni substituiu esa bolinha por um ponto entre a unidade e os décimos.

679.567

Já a nossa vírgulafoi o Holandês Wilbord Snellius que inventou no início do século XVII
679,567

Essa contribuição de notação foi de valor incalculável, a começar pela invenção do sistema métrico.

Bibliografia**:**

Ifrah, Georges, *Os números, a história de uma grande invenção*, Rio de Janeiro, Globo, 1989

Parte teórica

Fração: Definições

De acordo com o PCN, o ensino da Matemática no terceiro ciclo (5ª e 6ª série do ensino fundamental), deve levar o aluno a ampliar e construir novos significados para os números a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção.

Já no q uarto ciclo (7ª e 8ª série), deve ampliar e consolidar os significados dos números racionais a partir dos diferentes usos em contextos sociais e matemáticos.

Em ambos os casos, o uso das frações recebe destaque privilegiado. No primeiro, pois entre as outras representações de números é a que possuiu maior grupo de significados associado ao mesmo significante. E no segundo, pois está intrinsecamente ligado ao conceito dos racionais, sendo não apenas parte da definição, mas a própria definição dos racionais (todo aquele que pode ser expresso por uma fração).

De modo matemático, fração é uma forma de representar números não-inteiros, pelo uso de números inteiros. É expresso pela forma a/b, onde a e b são inteiros e b diferente de zero.

Os racionais assumem diferentes significados nos diversos contextos: medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade e número na reta real.

No contexto das medidas, o racional se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais.

Num outro contexto, o número racional é o quociente de um inteiro por outro. A fração é uma forma de se expressar uma divisão.

Um significado diferente dos anteriores é aquele em que a fração representa um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações do tipo: dois de cada três alunos são homens e se conclui que 2/3 dos alunos são homens.

Em um quarto contexto, focalizaríamos o número racional como um operador multiplicativo. É o caso de calcularmos, por exemplo, 2/3 de 15. O operador faria duas operações: uma divisão do todo em "terços" e, em seguida, uma multiplicação tomando-se 2 dessas partes.

O quinto contexto envolve a idéia de probabilidade. Neste, a fração assume a comparação entre o possível e o necessário. Pode-se compreendê-la como extensão da relação parte/todo, encontrado no contexto das medidas, mas neste caso a comparação é entre as chances favoráveis e as chances possíveis.

E num último contexto, o número racional expressa um número na reta real.

Vamos revisar agora alguns conteúdos referentes ao uso das frações.

Na representação *a/b*, a primeira parcela da fração, isto é, o número inteiro que ocupa a posição de *a* (encima da barra) é chamado de numerador; e a outra parcela, o número que ocupa a posição de *b* (embaixo da barra) é o denominador.

Ao multiplicarmos as duas parcelas da fração (numerador e denominador) por um número diferente de zero, obtemos uma outra fração dita equivalente. As frações equivalentes, como, por exemplo, 1/2, 2/4, 4/8..., representam o mesmo número na reta real, podendo-se substituir uma pela outra quando conveniente.

Algumas frações recebem um nome especial por sua singularidade. São elas:
- fração irredutível: aquela que não pode ser reduzida, isto é, que não possua uma equivalente de numerador e denominador menores;
- fração imprópria: fração cujo numerador é maior que o denominador;
- fração aparente: assim chamada, pois representa, na verdade, um número inteiro. Acontece quando o numerador é um múltiplo do denominador;
- frações inversas: frações cujo denominador e numerador estão trocados. Ex: 2/3 e 3/2;

Para se efetuar as operações de adição e subtração, faz-se necessário que as frações envolvidas tenham o mesmo numerador. Neste caso, opera-se a adição ou a subtração com os numeradores e mantém-se o denominador. Caso contrário, substitui-se às frações por equivalentes de modo que as duas venham a ter o mesmo denominador e segue-se como no outro caso.

A multiplicação é realizada entre as parcelas de mesmo nome, isto é, multiplicam-se os numeradores das duas frações para se obter o numerador da fração produto e os dois denominadores para se obter o denominador da fração produto.

E, por fim, para que haja a divisão entre frações, multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda fração. Isto é demonstrado a seguir, usando-se a conservação da fração ao se multiplicar ambas as parcelas por um mesmo número e a representação da divisão por uma fração.

$$(a/b)/(c/d) = [(a/b)*(d/c)]/[(c/d)*(d/c)]= [(a/b)*(d/c)]/[(cd)/(cd)]=(a/b)*(d/c)$$

Fração: o corte da unidade

Discussão: Quantidades Discretas e Contínuas

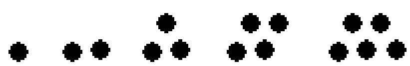
Pode-se falar em 2,5 pizzas numa mesa, mas não em 3,34 crianças numa sala. Pode-se falar em 1,223 litro de água num balde, mas não de 53,73 árvores num bosque. Por que algumas quantidades se mostram discretas e outras contínuas?

Que é mais adequado dizer? Que céu é azul, ou que céu está sendo azul? Ambos são adequados, depende da postura que assume perante o céu. Por um lado, estamos conjugando o verbo ser no presente do indicativo: é. E do outro, pelo gerúndio: sendo.

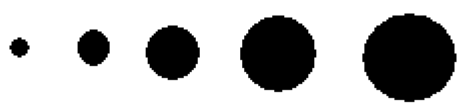
Pode-se dar estes dois tratamentos ao ser: ora algo é, ora algo está sendo. Quando algo é, parte-se da premissa que seu ser, diante de nós, está concluso; que não há mais nada a ser desvendado sobre este ser, que tudo que está apresentado é o ser em sua totalidade, nada mais e nada menos. É um ser terminado.

Já quando algo está sendo, parte-se da premissa que seu ser está por terminar, que o que está apresentado diante dos nossos olhos é apenas um ponto de um grande movimento de ser, cuja conclusão ainda está por vir. É tudo um processo que visa a revelação do ser.

Quando o ser é, ou seja, quando supomos sua conclusão, vê-se as fronteiras desse ser, e quando queremos mudar sua quantidade, novas fronteiras vão se pondo lado a lado, tendo assim a grandeza manifestando discretamente.



Quando o ser está sendo, ou seja, quando supomos que sua conclusão ainda está por vir, que é interminado e é (ainda) um processo que visa a conclusão, não vemos suas fronteiras; logo, quando mudamos sua quantidade, mexemos no processo em si, manifestando a continuidade da grandeza, embora todo conjunto continue Um:



Continua Um como o mar, que não importa o quanto adicionemos água, sempre será um mar, e este mar está sempre continuamente crescendo. No processo de ser do mar, ou seja,o sendo do mar, que é o “água-a-água”, adiciona-se água, adiciona-se as peças de seu processo de ser.

Detenhamo-nos nesta questão: a caminhada é a caminhada. E quando a caminha está sendo a caminhada, estamos tratando de seu passo-a-passo. Para aumentar a caminhada, devemos aumentar a quantidade de passos, mas em nenhum momento a caminhada constitui-se em duas caminhadas, não importa a quantidade de passos que são adicionadas.

Ou chuva que quando está sendo, é gota-a-gota. Para aumentar a chuva, devemos por mais gotas. Ou tempo sendo, que é instante-a-instante. Para aumentar o tempo devemos por mais instantes.

Já maçãs, por exemplo, quando temos uma cesta de, os seres conclusos da maçã, terminados e completamente providos de fronteiras definidas, são adicionadas uma-a-uma e não em seu processo de ser.

O estudo lexical fala desta distinção nos substantivos contáveis e incontáveis, ou seja, aqueles que podemos contar, e não podemos contar, respectivamente.

Exemplos:
Substantivos contáveis: Maçã, estrela, pessoa, pedra...
Substantivos incontáveis: Ar, água, fogo, areia, açúcar...

De relação que temos com os substantivos contáveis, é fácil a percepção de suas conclusões enquanto ser. Já, os incontáveis, mexemos mais com seus processos de ser, dando-nos um sentimento de fluidez, como a água ou o ar.

E tratando das frações, que são “uns cortados”, este corte só é possível com o tratamento de gerúndio do ser.

Bibliografia:

BAILEY, A. *From Intellect to Intuition*, 8ª ed. Inglaterra: Lucis Press, 1972
BUZZI, A. *Introdução ao pensar*, 19ª ed. Brasil: Vozes, 1990
CONTE, C. *Pitágoras – Ciência e Magia na Antiga Grécia*, 1ª ed. Brasil: Madras, 2004
MAHAVAJRA, S. Acessado em 19/09/2004 http://www.seculo22editora.hoisel.com.br/
CAMPEDELLI, S.; SOUZA, J. *Produção de Textos & Uso da Linguagem*, 1ª ed. Brasil: Saraiva, 1998
HEIDEGGER, M. *Ser e Tempo* 7ª ed. Brasil: Vozes, 1998
BUNCH, B. *Mathematical Fallacies and Paradoxes*. 1st ed. USA: Dover Publications, 1986
FREGE, G. *The Foundations of Arithmetic*, 2nd ed. England: Basil Blackwell 1974

Parte prática

Experiências: senso numérico com frações

Tendo apresentado a teoria, mexemos com as frações num âmbito mais prático. Detemo-nos a explorar os sentidos de visão, tato, paladar e audição para testar o senso numérico.

♦ Referente am visão:

Pegou-se duas tintas (azul e amarelo) e misturando estas em igual proporção, fez-se o verde. Então, em várias folhas, pintaram-se outros verdes misturando azul e amarelo em diferentes proporções. Coube aos expectadores olhar para o borrão verde resultante, e comparando com o verde feito de azul/amarelo em 1/1, dizer qual seria a proporção azul/amarelo naquela mistura.

Ainda na visão.

Em várias folhas, desenharam-se duas barras de tamanhos diferentes. Coube aos expectadores comparar apenas visualmente as barras, e dizer quanto uma é fração da outra.

♦ Referente ao tato:

Pegaram-se cartolinas com diferentes rugosidades, e postas cada uma dentro de uma caixa com um orifício que passasse a mão, coube aos expectadores tatear as cartolinas e, comparando duas, dizer quantas vezes uma é mais rugosa que outra.

♦ Referente ao paladar:

Fez sucos de pó de mesmo sabor em diferentes intensidades proporções água/pó, e saboreando duas soluções, dizer quanto um sabor é mais forte que o outro.

♦ Referente à audição:

Gravou-se a nota Dó no piano em diferentes volumes, e comparando auditivamente duas intensidades de volumes, coube aos expectadores dizer quanto um é mais alto que o outro.

Constatou-se que a visão e paladar funcionam muito bem para o senso numérico neste sentido, desde que as proporções não estejam muito além do "quatro vezes". Ou seja, comparando as duas magnitudes, se enquanto nenhuma delas for maior que quatro vezes que a outra, então o senso numérico mostra-se relativamente preciso. A citar, ½, 1/3, e 2/3 são relativamente fáceis de sentir.

Já o auditivo e tátil mostraram-se muito grosseiros para este tipo de exercícios, confiando-se no máximo na resposta " ½".

Frações interessantes

Paradoxos de Zenão de Eléia

Aquiles e a tartaruga

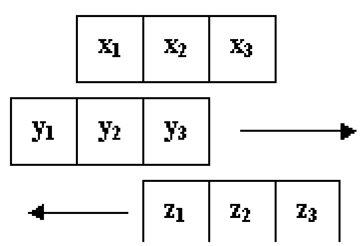
Aquiles, o herói grego, e a Tartaruga decidem apostar uma corrida de 100m. Como Aquiles é 10 vezes mais rápido que a tartaruga, esta recebe a vantagem de começar a corrida 80m na frente da linha de largada.

No intervalo de tempo em que Aquiles percorre os 80m que o separam da Tartaruga, esta percorre 8m e continua na frente de Aquiles. No intervalo de tempo em que ele percorre mais 8m, a tartaruga já anda mais 0,8m... Dessa forma, não importa quanto tempo se passe, Aquiles nunca alcançará a Tartaruga.

A solução clássica para esse paradoxo envolve a utilização do conceito de limite e convergência de séries numéricas. O paradoxo surge ao supor intuitivamente que a soma de infinitos intervalos de tempo é infinita, de tal forma que seria necessário passar um tempo infinito para Aquiles alcançar a tartaruga. No entanto, os infinitos intervalos de tempo descritos no paradoxo formam uma progressão geométrica e sua soma converge para um valor finito, em que Aquiles encontra a tartaruga.

Espaço e tempo (Paradoxo da fila)

2. O espaço e o tempo não podem, por divisão, transformarem-se em quantidades indivisíveis. Admitamos que existisse uma unidade de tempo que não pudesse ser subdividida. Tomemos três pequenas fitas com o mesmo tamanho (de papel, por exemplo) divididas em pequenas casas, inicialmente dispostas como na figura:



A fita x1, x2, x3 ficará fixa. A fita y1, y2, y3 move-se para a direita de modo que cada yi passa xi no menor instante de tempo possível (indivisível). Simultaneamente, a fita z1, z2, z3 move-se para a esquerda de modo que cada zi passa um xi no mesmo instante de tempo. Deste modo, depois de passado um instante de tempo, as fitas terão a seguinte disposição:

x_1	x_2	x_3
y_1	y_2	y_3
z_1	z_2	z_3

Observemos que z1 passou por dois yi’s. Portanto o instante de tempo não pode ser o menor possível, pois existiria um instante de tempo ainda menor, aquele gasto quando z1 passou por um dos yi’s

Paradoxo da Seta

Este paradoxo diz que se um objecto está em repouso quando está num espaço igual a si próprio (quando se encontra num local de dimensões iguais a si próprio), então uma seta em voo está parada, pois um corpo em movimento, ocupa exactamente um espaço igual às suas dimensões, em cada instante. Assim sendo, o movimento é impossível, pois um objecto está sempre estacionário, em repouso.

Este paradoxo pressupõe que o tempo seja feito de momentos, sendo estes a sua mais pequena medida e indivisíveis. Uma seta tem sempre de estar em movimento ou em repouso, mas para haver movimento, ela teria de estar numa posição no princípio de um momento e noutra posição no fim de um momento, mas ela ocupa sempre um espaço que é igual as suas próprias dimensões, logo isso não é possível pois implicaria que o momento fosse divisível. Portanto, resta apenas a hipótese de a seta estar imóvel, em repouso.

Os paradoxos da Dicotomia e de Aquiles atacavam a hipótese de uma linha ser infinitamente divisível (tentavam atingir um absurdo partindo desse princípio), este paradoxo e o paradoxo do Estádio, atacam a hipótese de uma linha ser composta por um número finito de indivisíveis. Sem pressupor a existência de momentos, unidade mínima e indivisível de tempo, o raciocínio não teria lógica. Este paradoxo constitui portanto um obstáculo aos defensores de uma concepção atomista do tempo e do espaço, pois este paradoxo poderia ser facilmente contornado se se considerasse o espaço como sendo infinitamente divisível, mas o atomistas defendem precisamente o contrário.

Bibliografia:

http://paginas.terra.com.br/arte/lua/Paradoxos/zeno.html
http://www.cdcc.sc.usp.br/matematica/2.htm
http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm25/paradoxosd.htm

Educação atual

Parâmetro Curricular Nacional

Os Parâmetros Curriculares Nacional foram criados buscando considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas regiões brasileiras, respeitando suas diferenças culturais, regionais e políticas existentes no país.

Seus principais objetivos são:

- Compreender a cidadania como participação social e política, adotando no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças;
- Posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais;
- Conhecer características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais;
- Utilizar as diferentes linguagens como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias;
- Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

As frações e números decimais aparecem no quarto ciclo do PCN no qual o ensino da matemática deve visar o desenvolvimento do pensamento numérico por meio de situações de aprendizagem que levem o aluno a ampliar e consolidar os significados dos números racionais a partir dos diferentes usos em contextos sociais e matemáticos e reconhecer que existem números que não são racionais. Além disso devem resolver situações-problema envolvendo números naturais, racionais, e irracionais.

No PCN não encontra-se um conteúdo pronto para ensinar, ele mostra alguns exemplos de dificuldades no ensino das matérias e também o significado de alguns conceitos. Segundo o mesmo em relação aos números racionais as principais dificuldades encontradas pelos alunos são:

- Um mesmo número racional pode ser escrito de diversas maneiras, por exemplo, 0,5, 1/2, 2/4, 3/6,...
- A comparação entre frações visto que estão acostumados com $3>2$, terão que compreender uma desigualdade que para eles parece contraditória ($1/3<1/2$);
- O fato de o tamanho da escrita numérica, no caso de números naturais, ser um bom indicador de ordem de grandeza ($9658 > 96$) o que não ocorre com números decimais ($2{,}8 > 2{,}765$).
- Ao multiplicar um número natural por outro natural espera-se encontrar um número maior que ambos, o que não ocorre com os racionais (Ex: 1/2 x 10).

O PCN sugere que se introduza as frações discutindo com os alunos que os egípcios já a utilizavam por volta de 2.000 a.C. Mostrando sua intenção de adentrar um pouco na história da matemática. Além disso, sugere para não ensinar isoladamente cada interpretação sobre fração (relação parte/todo, quociente de um inteiro por outro, índice comparativo entre duas quantidades).

Concluindo notamos que o PCN tem a intenção de que o professor passe o conhecimento para o aluno se apropriando de outros meios que não o livro didático, como jogos, e atividades investigativas, porém pouco se vê dessa ideologia em nossa educação.

Contrariando o ensino atual em relação aos números decimais e frações encontramos um professor, Armando Marchesi, que dá aula na escola Estadual Anibal de Freitas, que utilizou uma maneira diferente de ensinar, resolveu inverter a ordem, ensinando primeiro números decimais e depois frações pensando qual seria o motivo de se ensinar frações visto que o sistema que utilizamos é decimal (medidas, monetário). Nessa pesquisa além de realizar essa inversão, introduziu também um mecanismo diferente no aprendizado: a calculadora.

Muitos acreditam que a calculadora seria um instrumento inibidor do conhecimento, pois a pessoa não realizaria as contas e estaria presa num processo de repetição, porém a forma com que esse professor ensinou a mesma foi completamente diferente, ele não apenas colocou no meio de sua aula um instrumento utilizado por todos como também partiu de uma matemática investigativa para ensinar.

Basicamente o projeto seria de descoberta da calculadora e dos números decimais, primeiramente o professor deu as calculadoras para os alunos e deixou os mesmos manipularem-na e cada interação eles anotavam os resultados obtidos. Depois o professor verificava as observações dos alunos e discutia nas aulas seguintes.

Dessa maneira e se apropriando também do material dourado e do livro didático, Marchesi conseguiu cumprir seu objetivo, ensinou os números decimais e depois as frações além de utilizar um material do cotidiano dos alunos.

Essa pesquisa foi realizada em 1997 e até hoje o professor continua utilizando esse método, dizendo ser eficaz e ao contrário do que muitos pensam, afirmando que a calculadora ajuda no ensino e que não há problemas em ensinar primeiro os números decimais.

A conclusão que obtemos com essa pesquisa é que devemos buscar sempre novidades e outros materiais (dourado, calculadora, cousenaire, jogos...) além do livro didático p/ ensinar numa sala de aula, retirando o dogma de simplesmente jogar inúmeros e repetitivos exercícios aos alunos, "temos que ter um papel mediador entre o conhecimento produzido e o conhecimento historicamente acumulado, encorajando os alunos a dialogar entre si, formular conjecturas, desenvolver a capacidade de argumentar, ouvir e reformular o pensamento, em um processo de aprendizagem e também construção e cidadania" (Armando Marchesi).

Bibliografia

- Dário Fiorentini e Maria Ângela Miorim, Por trás da porta, que matemática acontece?, Campinas, 2003, CEMPEM.
- Ministério da Educação e do Desporto, Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental, Brasília, 1998.